

# FONCTION EXPONENTIELLE

## 1. Etude de la fonction exponentielle

- La fonction exponentielle associe à tout nombre  $x$  le nombre  $e^x$ .

Elle se note  $f(x) = e^x$ .

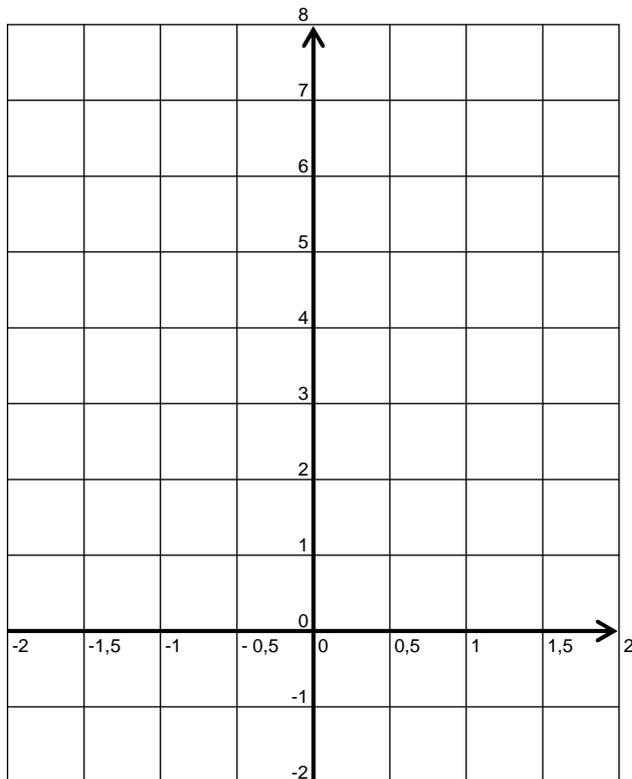
- Grace à la calculatrice calculer les nombres suivants :

$e^{-2} = \dots\dots\dots$      $e^{-1} = \dots\dots\dots$      $e^0 = \dots\dots\dots$      $e^1 = \dots\dots\dots$      $e^2 = \dots\dots\dots$      $e^3 = \dots\dots\dots$

- Compléter le tableau de valeurs

$x$	- 2	- 1	0	1	2	3
$f(x)$						

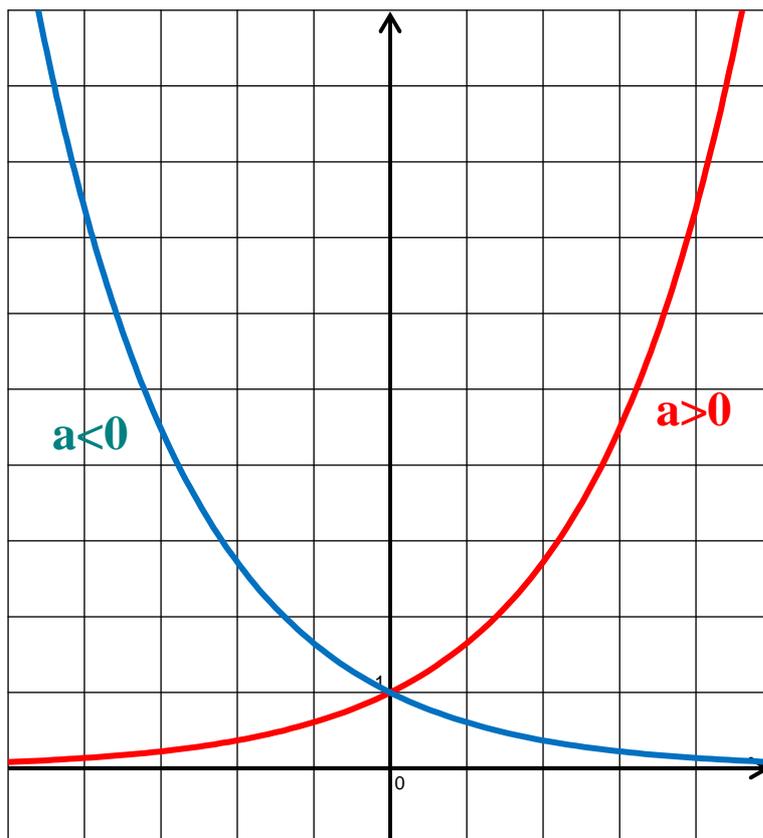
- Représentation graphique de  $f$ .



- Compléter les phrases suivantes :

- La courbe représentative de la fonction  $f$  est situé au ..... de l'axe des abscisses donc pour tout réel,  $e^x$  est toujours..... . On écrit  $e^x \dots 0$ .
- La courbe représentative de la fonction  $f$  ....., donc cette fonction est strictement ..... sur P

## 2. Etude des fonctions exponentielle du type $f(x) = e^{ax}$



- Compléter les phrases suivantes :
  - La courbe représentative de la fonction  $f$  est située au ..... de l'axe des abscisses donc pour tout réel,  $e^{ax}$  est toujours..... . On écrit  $e^{ax} \dots 0$ .
  - La fonction  $f$  est strictement ..... sur  $\mathbb{R}$  si  $a \dots 0$ ....
  - La fonction  $f$  est strictement ..... sur  $\mathbb{R}$  si  $a \dots 0$ ....

## 3. Déterminer la dérivée d'une fonction $f(x) = e^{ax}$

Pour tout nombre réel  $x$  la dérivée de la fonction  $f(x) = e^{ax}$  est la fonction  $f'(x) = a e^{ax}$ .

- Calculer les dérivées des fonctions suivantes et donner leurs signes.

$$f(x) = e^x \quad f'(x) = \dots\dots$$

$$g(x) = e^{2x} \quad g'(x) = \dots\dots$$

$$h(x) = e^{-3x} \quad h'(x) = \dots\dots$$

$$i(x) = e^{-x/2} \quad i'(x) = \dots\dots$$

- Donner les tableaux de variation des fonctions précédentes.

$x$	-3	3
signe de $f'(x)$		
variation de $f(x)$		

$x$	-3	3
signe de $g'(x)$		
variation de $g(x)$		

$x$	-3	3
signe de $h'(x)$		
variation de $h(x)$		

$x$	-3	3
signe de $i'(x)$		
variation de $i(x)$		

#### 4. Les propriétés

- Relier les relations égales :

$$e^5 \bullet$$

$$e^6 \bullet$$

$$e^8 \bullet$$

$$\bullet \frac{e^{12}}{e^2}$$

$$\bullet e^2 \times e^3$$

$$\bullet (e^4)^2$$

- En déduire les propriétés sur les exponentielles avec a et b des nombres réels et n un nombre entier relatif

$$e^{a+b} = \dots\dots\dots$$

$$e^{a-b} = \dots\dots\dots$$

$$e^{an} = \dots\dots\dots$$

- Simplifier l'écriture des nombres suivants :

$$(e^2)^3 = \dots\dots\dots ; \quad e^1 \times e^5 = \dots\dots\dots ; \quad \left(\frac{e^{-3}}{e^6}\right)^2 = \dots\dots\dots$$

#### 5. Résoudre une équation du type $a = e^b$

**Si  $a = e^b$  alors  $b = \ln a$**

Résoudre dans R les équations suivantes :

$$e^x = 2 ; \quad e^{2x} = 2 ; \quad e^{-3x} = 4 ; \quad e^x = -2 ; \quad \ln x = 3 ; \quad e^{2x+3} = 1 ; \quad e^{2x} - 5 = 1 ; \quad \ln x = -0,4$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## 6. Applications

La température d'un four  $\theta$  à l'instant  $t$  est donnée par la relation :

$$\theta = 850 \times (1 - \lambda e^{-0,001t}) \quad \text{où } t \text{ est exprimé en secondes et } \theta \text{ en degré Celsius.}$$

1. Déterminer  $\lambda$  à  $10^{-4}$  près, sachant qu'à l'instant  $t = 0$ , la température du four est  $\theta = 20^\circ\text{C}$ .

.....  
.....  
.....  
.....

2. On suppose  $\lambda = 0,98$ .

2.1 Calculer le temps, en min, nécessaire pour porter la température du four à  $750^\circ\text{C}$  à l'unité près

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

2.2 Calculer, en  $^\circ\text{C}$ , la température du four au bout de 25 min à une unité près.

.....  
.....

3. On modélise la situation précédente par la fonction  $f$  définie à l'intervalle  $[0 ; 4000]$  par  $f(x) = 850 \times (1 - 0,98e^{-0,001x})$

3.1 Calculer la dérivée  $f'(x)$ .

.....

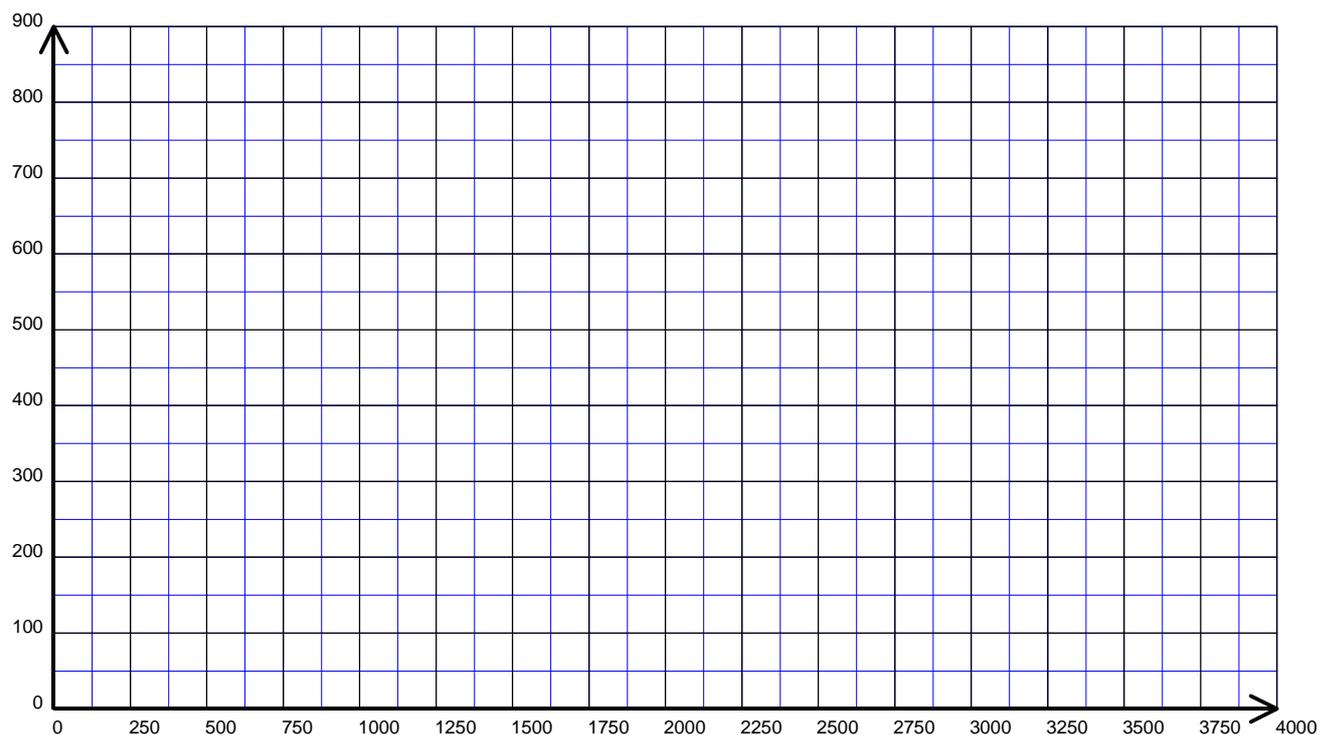
3.2 En déduire le sens de variation de  $f$ .

.....  
.....

3.3. Compléter le tableau de variation

$x$	0	1000
<i>signe de <math>f'(x)</math></i>		
<i>variation de <math>f</math></i>		

### 3.4 Donner la représentation graphique de $f$



### 3.5 Retrouver graphiquement les résultats de la question 2

Laisser les traits de construction nécessaire à la lecture.

.....  
.....